

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра МИС и ПО

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине "Математика " для специальности
21.03.01 Нефтегазовое дело

Мурманск
2019 г.

Оглавление

| | |
|--|---------|
| Введение | Стр. 3 |
| Перечень практических работ для очной и заочной форм обучения | Стр. 4 |
| Тема 1. Линейная алгебра | Стр. 6 |
| Тема 2. Векторная алгебра и аналитическая геометрия | Стр. 7 |
| Тема 3. Предел функции одной переменной | Стр. 10 |
| Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной | Стр. 11 |
| Тема 5. Интегральное исчисление функций одной переменной | Стр. 13 |
| Тема 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных | Стр. 14 |
| Тема 7. Интегральное исчисление функций нескольких переменных | Стр. 16 |
| Тема 8. Теория функции комплексной переменной (ТФКП) | Стр. 17 |
| Тема 9. Дифференциальные уравнения | Стр. 19 |
| Тема 10. Элементы теории поля | Стр. 21 |
| Тема 11. Теория вероятностей: случайные события | Стр. 22 |
| Тема 12. Теория вероятностей: случайные величины | Стр. 23 |
| Тема 13. Математическая статистика | Стр. 25 |
| Рекомендуемая литература | Стр. 28 |

Введение.

Предлагаемые методические указания к практическим занятиям содержат примерный план занятий по дисциплине "Математика " для специальности **21.03.01 Нефтегазовое дело** и список рекомендуемой литературы.

Лекционный курс включает основные определения, свойства, теоремы, а также сведения о приложениях изучаемых понятий. На практических занятиях происходит более подробное изучение основных понятий, их свойств и приложений, а также приобретаются навыки решения задач по рассматриваемой теме. Для закрепления теоретического материала необходимо сопровождать решение каждого примера ссылками на теоремы и свойства, которые были использованы.

1. Перечень практических работ для очной и заочной форм обучения.

Таблица 1- Перечень практических работ (очная форма обучения)

| № ПР | Наименование практических работ | Кол-во часов |
|------------------|--|-----------------|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 семестр | | |
| 1 | Определители, их свойства и вычисление. Решение СЛАУ. Формулы Крамера | 2 |
| 2-3 | Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их применение | 4 |
| 4-5 | Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве | 4 |
| 6-7 | Предел функции. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей | 4 |
| 8 | Непрерывность функций. Классификация точек разрыва. | 2 |
| 9-10 | Производная. Правила дифференцирования. Таблица производных. Производные сложных и неявных функций. Производные высших порядков. | 4 |
| 11-12 | Применение производной. Касательная и нормаль плоской кривой. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей | 4 |
| 13 | Дифференциал функции, его геометрический смысл и приложения. | 2 |
| 14-17 | Первообразная. Основные способы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. | 8 |
| | Итого: | 34 |
| 2 семестр | | |
| 18-19 | Определенный интеграл и его приложения | 4 |
| 20-21 | Дифференциальное исчисление ФНП | 4 |
| 22-23 | Двойной интеграл в ДСК и ПСК, приложения двойного интеграла | 4 |
| 24 | Тройной интеграл в ДСК, ЦСК, приложения тройного интеграла | 2 |
| 25 | Криволинейный интеграл. Приложения криволинейного интеграла | 2 |
| 26 | Комплексные числа, комплексная переменная | 2 |
| 27-28 | Функции комплексной переменной (ФКП) | 4 |
| 29-30 | Дифференциальные уравнения 1-го порядка (д.у). Задача Коши для д.у. 1 порядка. | 4 |
| 31 | Д.у 2-го порядка, допускающие понижение порядка. Задача Коши для д.у высших порядков. | 2 |
| 32-33 | Линейные однородные д.у 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные д.у. 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. | 4 |
| 34 | Метод вариации произвольных постоянных. Решение систем 2-х линейных д.у. 1-го порядка методом повышения порядка | 2 |
| | Итого: | 34 |
| 3 семестр | | |
| 1 | 2 | 3 |
| 35-37 | Элементы теории поля | 6 |
| 38-40 | Определение вероятности, теоремы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности, формулы Байеса, повторные испытания. | 6 |
| 41-42 | Дискретные случайные величины (ДСВ). Закон распределения и функция распределения ДСВ. Числовые характеристики ДСВ. | 4 |
| 43-45 | Непрерывные случайные величины (НСВ). Дифференциальная и интегральная функции распределения НСВ. Числовые характеристики НСВ. | 6 |
| 46-47 | Генеральная совокупность и выборка. Выборочный метод. Точечные и интервальные оценки характеристик генеральной совокупности. | 4 |
| 48-49 | Корреляционная зависимость 2-х случайных величин. Уравнения линейной и нелинейной регрессии. Выборочный коэффициент линейной корреляции . | 4 |
| 50-51 | Проверка статистических гипотез | 4 |
| | Итого: | 34 |

Таблица 2- Перечень практических работ (заочная форма обучения)

| № ПР | Наименование практических работ | Кол-во часов |
|---------------|---|--------------|
| 1 курс | | |
| 1 | Определители, их свойства и вычисление. Решение СЛАУ. Формулы Крамера | 1 |
| 1 | Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их применение | 1 |
| 2 | Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве | 2 |
| 3 | Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей | 1 |
| 3 | Непрерывность функций. Классификация точек разрыва. Асимптоты графика функции. | 1 |
| 4 | Производная. Правила дифференцирования. Таблица производных. Производные сложных и неявных функций. Производные высших порядков. | 1 |
| 4 | Применение производной. Касательная и нормаль плоской кривой. Правило Лопитала для раскрытия неопределенностей | 1 |
| | Дифференциал функции, его геометрический смысл и приложения. | 0 |
| 5 | Первообразная. Основные способы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. | 2 |
| 6 | Определенный интеграл и его приложения | 2 |
| 7 | Комплексные числа, комплексная переменная | 1 |
| 7 | Функции комплексной переменной (ФКП) | 1 |
| 8 | Дифференциальные уравнения 1-го порядка (д.у). Задача Коши для д.у. 1 порядка. Интегрирование д.у. 1-го порядка: с разделяющимися переменными, однородных, линейных, уравнений Бернулли | 1 |
| 8 | Д.у 2-го порядка, допускающие понижение порядка. Задача Коши для д.у высших порядков. | 1 |
| 9 | Линейные однородные д.у 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные д.у. 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. | 2 |
| | Метод вариации произвольных постоянных. Решение систем 2-х линейных д.у. 1-го порядка методом повышения порядка | 0 |
| | Итого: | 18 |
| 2 курс | | |
| 1 | 2 | 3 |
| 10 | Дифференциальное исчисление ФНП | 2 |
| 11 | Двойной интеграл в ДСК и ПСК, приложения двойного интеграла | 1 |
| 11 | Тройной интеграл в ДСК, ЦСК, приложения тройного интеграла | 1 |
| 12 | Криволинейный интеграл. Интеграл по замкнутому контуру. Приложения криволинейного интеграла | 1 |
| 12-14 | Элементы теории поля. | 6 |
| 15 | Классическое определение вероятности, теоремы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности, формулы Байеса, повторные испытания. | 2 |
| 16 | Дискретные случайные величины (ДСВ). Закон распределения и функция распределения ДСВ. Числовые характеристики ДСВ. | 1 |
| 17 | Непрерывные случайные величины (НСВ). Дифференциальная и интегральная функции распределения НСВ. Числовые характеристики НСВ. | 1 |
| 17 | Генеральная совокупность и выборка. Выборочный метод. Точечные и интервальные оценки характеристик генеральной совокупности. | 1 |
| 18 | Корреляционная зависимость 2-х случайных величин. Уравнения линейной и нелинейной регрессии. Выборочный коэффициент линейной корреляции . | 2 |
| | Итого: | 18 |

Тема 1. Линейная алгебра (очная форма обучения - 2 часа, заочная форма обучения – 1 час)

При изучении темы особое внимание необходимо уделить операциям над матрицами, вычислению определителей, решению систем линейных уравнений матричным и методом Крамера,

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- определение обратной матрицы;
- матричную форму записи систем линейных алгебраических уравнений;

уметь:

- выполнять операции над матрицами: сложение, вычитание, умножение на скаляр и перемножение соответственных матриц;
- вычислять определители;
- решать системы линейных уравнений методом Крамера и при помощи обратной матрицы;

владеть методами линейной алгебры

Вопросы для самопроверки..

1. Перечислите основные виды матриц.
2. Перечислите свойства операций над матрицами.
3. Сформулируйте правило нахождения обратной матрицы.
4. Сформулируйте правила вычисления определителей 1-го и 2-го порядков.
5. Перечислите свойства определителей.
6. Запишите формулы Крамера.

Задача 1. Даны многочлен $f(x)$ и матрица A :

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Требуется найти значение матричного многочлена $f(A)$.

Задача 2. Дана система трех линейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - 3x_2 = 7, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

Требуется:

- 1) записать систему в матричном виде;
- 2) найти решение системы с помощью формул Крамера;
- 3) решить систему при помощи обратной матрицы.

Тема 2. Векторная алгебра и аналитическая геометрия (очная форма обучения – 8 часов, заочная форма обучения – 3 часа)

При изучении темы особое внимание необходимо уделить операциям над векторами в координатной форме, уравнениям прямой на плоскости, классификации кривых 2-го порядка, уравнению плоскости, уравнениям прямой в пространстве и их взаимному расположению.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- декартову и полярную систему координат в пространстве;
- основные понятия и определения векторной алгебры: вектор, его модуль и направляющие косинусы, проекция вектора на ось и координаты вектора;
- линейные операции над векторами и их свойства;
- скалярное, векторное, смешанное произведения векторов и их приложения;
- условия линейной независимости векторов в пространстве;
- свойства линейных преобразований;
- характеристический многочлен и его свойства;
- общее и нормальное уравнения прямой на плоскости, уравнение прямой с угловым коэффициентом;
- определения кривых 2-го порядка: эллипс, гипербола, парабола;
- основные характеристики кривых 2-го порядка: фокусы, полуоси (для эллипса и гиперболы), директриса (для параболы), эксцентриситет;
- преобразование уравнений линий при параллельном переносе системы координат;
- общее и нормальное уравнения плоскости;
- общие, канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве;

уметь:

- производить линейные операции над векторами графически и в координатной форме;
- вычислять скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, применять их при решении задач;
- находить собственные значения и собственные векторы линейного преобразования.
- определять декартовы и полярные координаты точек на плоскости;
- находить уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку с данным угловым коэффициентом, проходящей через две заданные точки;
- находить угол между прямыми и расстояние от точки до прямой на плоскости;
- приводить уравнения кривых 2-го порядка к каноническому виду и находить их основные характеристики;
- решать простые геометрические задачи с использованием уравнения прямой и уравнений кривых 2-го порядка;
- находить уравнение плоскости, проходящей через данную точку с заданным нормальным вектором, проходящей через три заданные точки;
- находить расстояние от точки до плоскости;
- находить уравнения прямой, проходящей через данную точку с данным направляющим вектором, проходящей через две заданные точки в пространстве;
- находить угол между прямыми, между плоскостями, между прямой и плоскостью.

владеть методами векторной алгебры и аналитической геометрии.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определения проекции вектора на ось.
2. Дайте определение скалярного произведения двух векторов.
3. Дайте определение векторного произведения двух векторов.
4. Дайте определение смешанного произведения трех векторов.
5. Дайте определения собственного вектора и собственного значения линейного преобразования.
6. Запишите характеристическое уравнение для произвольной матрицы 2-го порядка.
7. Опишите связь между декартовыми и полярными координатами точки на плоскости.
8. Запишите уравнения наклонной, вертикальной и горизонтальной прямых на плоскости.
9. Запишите каноническое уравнение эллипса и укажите его основные характеристики.
10. Запишите каноническое уравнение гиперболы и укажите ее основные характеристики.
11. Запишите канонические уравнения параболы и укажите ее основные характеристики.
12. Опишите способы задания плоскости в пространстве.
13. Опишите способы задания прямой в пространстве.
14. Сформулируйте правило определения варианта взаимного расположения прямой и плоскости.

Задача 1. Даны координаты трех векторов: \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} и вектор \vec{d} :

$$\vec{a} = \{-2; 2; -1\}, \quad \vec{b} = \{0; -3; 4\}, \quad \vec{c} = \{1; 0; -2\}, \quad \vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}.$$

Требуется:

- 1) вычислить модуль вектора \vec{a} ;
- 2) найти координаты вектора \vec{d} ;
- 3) найти угол φ между векторами \vec{a} и \vec{b} ;
- 4) вычислить проекцию вектора \vec{c} на направление вектора \vec{b} ;
- 5) вычислить площадь треугольника, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} ;
- 6) вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

Задача 2. Даны координаты точек – вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(-2; 1; 1), \quad B(-3; 2; -1), \quad C(5; -2; -2), \quad D(-1; 0; -3).$$

Требуется:

- 1) вычислить длину ребра AB ;
- 2) найти уравнение плоскости грани ABC ;
- 3) найти угол α между гранями ABC и BCD ;
- 4) составить параметрические уравнения прямой AB ;
- 5) составить канонические уравнения высоты пирамиды DK , проведенной из вершины D ;
- 6) найти координаты точки пересечения DK и грани ABC ;
- 7) найти угол β между ребрами AB и BC ;

- 8) найти угол γ между ребром AD и гранью ABC ;
9) сделать чертеж пирамиды в системе координат.

Задача 3. Даны координаты вершин треугольника ABC :

$$A(-3; -1), B(4; 6), C(8; -2).$$

- Требуется: 1) вычислить длину стороны BC ; 2) составить уравнение стороны BC ;
3) найти внутренний угол треугольника при вершине B ;
4) составить уравнение высоты AK , проведенной из вершины A ; 5) найти координаты центра тяжести однородного треугольника (точки пересечения его медиан); 6) сделать чертеж в системе координат.

Задача 4. Даны координаты точки $A(3; 0)$, уравнение прямой $l: 3x = 4$ и число $\lambda = 3 : 2$.

Найти уравнение траектории точки M , которая движется в плоскости так, что отношение ее расстояний до точки A и до прямой l равно λ . Сделать чертеж в системе координат.

Задача 5. Дано уравнение кривой 2-го порядка: $4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0$.

Привести заданное уравнение к каноническому виду путем параллельного переноса осей координат. Определить тип кривой, найти ее характерные элементы в исходной системе координат. Изобразить на чертеже расположение кривой относительно обеих систем координат.

Задача 5. Даны уравнение кривой 2-го порядка $3x - 2y^2 + 8y - 9 = 0$ и уравнение прямой $l: x + 2y - 3 = 0$.

Требуется: 1) привести заданное уравнение кривой 2-го порядка к каноническому виду; 2) найти точки пересечения кривой и заданной прямой; 3) построить обе линии в исходной системе координат.

Тема 3. Предел функции одной переменной (очная форма обучения – 6 часов, заочная форма обучения – 2 часа)

При изучении темы особое внимание необходимо уделить основными понятиям математического анализа (функция, предел, непрерывность), различию между ограниченными, бесконечно малыми и бесконечно большими функциям, вычислению пределов.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- определение функции, области ее определения и области значений, способы задания и важнейшие свойства функций;
- определения пределов последовательности и функции;
- основные свойства пределов;
- связь между ограниченными, бесконечно малыми и бесконечно большими функциями;
- основные соотношения эквивалентности;
- определение непрерывности функции в точке;
- классификацию точек разрыва функции;

уметь:

- устанавливать свойства функции, находить обратную функцию;
- вычислять пределы и устранять неопределенности;
- использовать замену эквивалентных бесконечно малых при вычислении пределов;
- исследовать функции на непрерывность и определять тип точек разрыва;

владеть приемами вычислений пределов, методами исследования функций на непрерывность

Вопросы для самопроверки.

1. Сформулируйте определение функции, обратной функции.
2. Дайте определения бесконечно малой и бесконечно большой функций.
3. Сформулируйте теоремы о конечных пределах функций.
4. Запишите основные соотношения эквивалентности.
5. Дайте определение функции, непрерывной в точке.
6. Опишите типы точек разрыва функции.
7. Сформулируйте свойства функций, непрерывных на отрезке.

Задача 1. Даны функции $y = f(x)$, $y = g(x)$:

$$f(x) = \log_3(x - 0,5) + 2, \quad g(x) = 3 \sin 2x.$$

Требуется:

1) используя графики основных элементарных функций, построить графики функций $f(x)$ и $g(x)$. Описать при помощи построенных графиков основные характеристики этих функций: ООФ, ОЗФ, четность, периодичность, промежутки монотонности и экстремумы;

2) составить сложные функции $y = f(g(x))$ и $y = g(f(x))$;

3) для функции $y = f(x)$ найти обратную функцию $y = f^{-1}(x)$, построить графики обеих взаимно обратных функций в одной системе координат и записать их ООФ и ОЗФ.

Задача 2. Вычислить пределы, применяя правила раскрытия неопределенностей, основные теоремы о конечных пределах, теоремы о бесконечно малых и бесконечно больших функциях. Ответы пояснить с точки зрения определения предела.

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2n - 3n^3}{2n^2 - 3}, \quad n \in N; & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{5-x}}{x^2 + x - 6}; & \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{e^{x^2} - e^x}; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^{1-2x}. & \end{aligned}$$

Задача 3. Исследовать непрерывность функций в соответствии с заданиями.

а) Проверить, является ли функция $y = 4^{\frac{1}{x-3}}$ непрерывной в точках $x_1 = 0$ и $x_2 = 3$. В случае разрыва функции указать тип разрыва и сделать схематический чертеж в окрестности точки разрыва.

б) Построить график функции $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3, & x < 0, \\ x + 1, & 0 \leq x \leq 4, \\ 3 + \sqrt{x}, & x > 4; \end{cases}$ используя график, записать

промежутки непрерывности функции, перечислить точки разрыва и указать тип каждого из них.

Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной (очная форма обучения – 10 часов, заочная форма обучения – 2 часа)

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- определение производной, ее механический и геометрический смысл;
- производные основных элементарных функций и правила дифференцирования;
- достаточные условия монотонности дифференцируемой функции;
- определение экстремума функции;
- необходимые и достаточные условия существования экстремума дифференцируемой функции;

- определение выпуклости (вогнутости) кривой на интервале;
- достаточные условия выпуклости графика функции на интервале;
- определение точки перегиба кривой;
- достаточные условия существования точки перегиба на кривой;
- виды асимптот графиков;
- определение дифференциала функции в точке, его свойства и геометрический смысл;

уметь:

- находить производные и дифференциалы сложной функции, обратной функции, функции, заданной параметрически, выполнять логарифмическое дифференцирование;
- применять правило Лопиталю для раскрытия неопределенностей;
- находить уравнения асимптот графиков;
- исследовать функции с помощью производной и строить их графики;
- выполнять приближенные вычисления при помощи дифференциала.

владеть методами дифференциального исчисления функции одной переменной.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определение производной функции.
2. Сформулируйте теорему о связи непрерывности и дифференцируемости функции.
3. Сформулируйте теорему о достаточном условии монотонности дифференцируемой функции.
4. Дайте определения экстремумов функции.
5. Сформулируйте теорему о достаточных условиях выпуклости графика дважды дифференцируемой функции.
6. Дайте определение асимптоты графика функции.
7. Сформулируйте определение дифференциала функции и его свойства.

Задача 1. Найти производную y'_x :

$$\text{а) } y = \frac{x \cdot e^{-2x} + 3 \operatorname{tg} x}{1 + \sin 4x}; \quad \text{б) } 2x^5 y^2 - x \ln y + 4x = 0; \quad \text{в) } \begin{cases} x = \arcsin 2t - 3, \\ y = \sqrt{1 - 4t^2} + 1. \end{cases}$$

Задача 2. Дана функция $y = 3x + \ln \cos x + 2$ и значение $x_0 = 0$. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой x_0 . Построить графики функции, касательной и нормали в окрестности точки $(x_0, f(x_0))$.

Задача 3. Вычислить пределы, используя правило Лопиталю:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2x}{\ln(5x - 2)}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + e^x - 2}{(\sin 3x)^2}.$$

Задача 4. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$\text{а) } y = \frac{x^4}{2 - x^3}; \quad \text{б) } y = x^2 \cdot e^{1-x}.$$

Тема 5. Интегральное исчисление функций одной переменной (очная форма обучения – 12 часов, заочная форма обучения – 4 часа)

При изучении темы особое внимание необходимо уделить технике интегрирования и приложениям интегралов (вычисление площадей, объемов тел, длины дуги кривой, работы силы).

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- связь между первообразными от данной функции;
- достаточные условия существования неопределенного интеграла;
- основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям;
- геометрический смысл определенного интеграла;
- свойства определенного интеграла;
- несобственные интегралы 1-го и 2-го рода, их сходимость и вычисление;
- свойства двойного интеграла;
-

уметь:

- интегрировать при помощи замены переменной и по частям;
- интегрировать рациональные дроби при помощи метода неопределенных коэффициентов;
- вычислять при помощи определенного интеграла площадь в декартовой и в полярной системах координат, объем тела вращения, длину дуги плоской кривой, площадь поверхности тела вращения;

владеть методами интегрального исчисления функции одной переменной.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определения первообразной и неопределенного интеграла;
2. Сформулируйте основные свойства неопределенного интеграла.
3. Дайте определение правильной и неправильной рациональной дроби.
4. Дайте определение определенного интеграла.
5. Сформулируйте теорему Барроу о дифференцировании интеграла с переменным верхним пределом.
6. Запишите формулу Ньютона – Лейбница.
7. Сформулируйте теорему о среднем для определенногo интеграла и ее геометрический смысл.

Задача 1. Найти неопределенные интегралы:

$$а) \int \frac{15x^{18}}{x^{19} + 6} dx, \quad б) \int (13x + 1) \ln(14x) dx, \quad в) \int \frac{x + 11}{x^3 + 12x} dx, \quad г) \int \frac{dx}{12 \sin x + 13 \cos x}.$$

В примерах а), б), в) правильность полученных результатов проверить дифференцированием

Задача 2. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$a) \int_{13}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 169) \arctg^2 \frac{x}{13}}, \quad б) \int_0^{13} \frac{dx}{(x-13)^{\frac{1}{27}}}.$$

Задача 3. Вычислить с помощью определенного интеграла площадь плоской фигуры:

а) ограниченной в ДСК линиями $l_1: y = x^2 + 1$ и $l_2: y = 2x + 4$;

б) ограниченной в ПСК линией $l: \rho = 12 + \cos \varphi$.

Сделать чертежи.

Задача 4. Вычислить с помощью определенного интеграла объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями

$l_1: y = 2x^2$ и $l_2: y = 6x$. Сделать чертеж.

Задача 5. Вычислить с помощью определенного интеграла длину дуги кривой, заданной в ДСК уравнением $y = 3 + 8\sqrt{x^3}$, где $x \in [0; 2,5]$.

Тема 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных (очная форма обучения – 4 часа, заочная форма обучения – 2 часа)

При изучении темы особое внимание необходимо уделить классификации поверхностей 2-го порядка, основным понятиям теории функций нескольких переменных (ФНП): предел, непрерывность, частная и полная производная, полный дифференциал, а также технике дифференцирования ФКП и исследованию ее на экстремумы.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- основные виды поверхностей 2-го порядка;
- основные понятия теории ФНП (область определения, частные и полное приращения, частные и полные производные, полный дифференциал);
- связь между полным приращением и полным дифференциалом ФНП;
- определение экстремума ФНП, необходимые и достаточные условия существования экстремума ФНП;
- определения производных высших порядков;

уметь:

- находить частные производные ФНП;
- дифференцировать сложную и неявно заданную ФНП;
- находить частные производные ФНП высших порядков;
- находить полный дифференциал;
- применять дифференциал для вычисления приближенных значений ФНП;
- находить глобальные экстремумы функции двух переменных в замкнутой области;

владеть методами дифференциального исчисления функции нескольких переменных.

Вопросы для самопроверки.

1. Перечислите способы задания ФНП.
2. Дайте определения предела ФНП, ее непрерывности.
3. Дайте определение частной производной ФНП.
4. Дайте определение полного дифференциала ФНП.
5. Сформулируйте достаточные условия дифференцируемости ФНП.
6. Сформулируйте свойство инвариантности формы полного дифференциала.
7. Сформулируйте свойство смешанных производных высших порядков ФНП.
8. Дайте определения локального и глобального экстремума ФНП.
9. Сформулируйте необходимые и достаточные условия существования локального экстремума ФНП.

Задача 1. Дана функция $z = \cos^2(2x - y)$. Требуется:

1) найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$;

2) найти полный дифференциал dz ;

3) показать, что для данной функции справедливо равенство: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

Задача 2. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ и $\frac{\partial y}{\partial x}$, если переменные x , y , и z

связаны равенством $4x^2 y e^z - \cos(x^3 - z) + 2y^2 + 3x = 0$.

Задача 3. Дана сложная функция $z = \ln(2t - x^2 y)$, где $x = \cos 3t$, $y = \sqrt{t^2 + 1}$. Найти

полную производную $\frac{dz}{dt}$.

Задача 4. Дана функция двух переменных: $z = x^2 - xy + y^2 - 4x + 2y + 5$ и уравнения границ замкнутой области D на плоскости xOy : $x = 0$, $y = -1$,

$x + y = 3$. Требуется:

- 1) найти наибольшее и наименьшее значения функции z в области D ;
- 2) сделать чертеж области D в системе координат, указав на нем точки, в которых функция имеет наибольшее и наименьшее значения.

Задача 5. Поверхность σ задана уравнением $z = \frac{y}{x} + xy - 5x^3$. Составить уравнения

касательной плоскости и нормали к поверхности σ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$, принадлежащей ей, если $x_0 = -1$, $y_0 = 2$.

Тема 7. Интегральное исчисление функций нескольких переменных (очная форма обучения – 8 часов, заочная форма обучения – 3 часа)

При изучении темы особое внимание необходимо уделить технике интегрирования и приложениям интегралов (вычисление площадей, объемов тел, длины дуги кривой, работы силы), вычислении тройного интеграла в цилиндрической и сферической системах координат.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- свойства двойного интеграла;
- геометрический и физический смысл двойного интеграла;
- свойства тройного интеграла;
- свойства криволинейного интеграла 2-го рода;
- физическую трактовку криволинейного интеграла 2-го рода;

уметь:

- вычислять при помощи двойного интеграла площадь, массу, статические моменты, моменты инерции и координаты центра масс пластинки, объем тела-цилиндроида – в декартовой и в полярной системах координат;
- вычислять при помощи тройного интеграла объем и массу тела, статические моменты, моменты инерции и координаты центра масс тела – в декартовой и цилиндрической системах координат;
- вычислять при помощи криволинейного интеграла 2-го рода работу силы;

владеть методами интегрального исчисления функции нескольких переменных.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определение двойного интеграла.
2. Сформулируйте теорему о среднем для двойного интеграла.
3. Запишите формулу перехода от двойного интеграла к повторному интегралу.
4. Дайте определение тройного интеграла
5. Запишите формулу перехода от тройного интеграла к трехкратному интегралу.
6. Дайте определение криволинейного интеграла 2-го рода.
7. Сформулируйте условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от формы пути интегрирования.

Задача 1. Используя двойной интеграл, вычислить статический момент относительно оси Ox тонкой однородной пластинки, имеющей форму области D , ограниченной заданными линиями: $xy = 4$, $2x = y^2$, $y = 3$. Построить чертеж области интегрирования.

Указание. Считать плотность вещества $\gamma(x, y) \equiv 1$.

Задача 2. Используя тройной интеграл в цилиндрической системе координат, вычислить

массу кругового цилиндра, нижнее основание которого лежит в плоскости xOy , а ось симметрии совпадает с осью Oz , если заданы радиус основания $R = 0,5$, высота цилиндра $H = 2$ и функция плотности $\gamma = 4\rho^2 + 6\rho^4 + 1$, где ρ – полярный радиус точки.

Задача 3. Вычислить работу силы $\vec{F} = y^2 \vec{i} + 2x \vec{j}$ при перемещении точки приложения силы вдоль заданной кривой L : $x = 1 - \cos 2t$, $y = (\cos 2t)^2$ от точки B до точки C , если значения параметра t в точках B и C заданы: $t_B = 0$, $t_C = \frac{\pi}{4}$.

Задача 4. Задан радиус-вектор движущейся точки:

$\vec{r}(t) = (5t - t^2) \vec{i} + (2 + t^3) \vec{j} - 2t \vec{k}$, $t \geq 0$. Найти векторы скорости и ускорения движения этой точки через 2 минуты после начала движения.

Тема 8. Теория функции комплексной переменной (ТФКП). (очная форма обучения – 6 часов, заочная форма обучения – 2 часа)

При изучении темы особое внимание необходимо уделить алгебраической и тригонометрической формам комплексного числа, понятию функции комплексной переменной (ФКП), элементарным ФКП, понятию аналитичности и технике дифференцирования аналитических ФКП.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- основные термины: мнимая единица, комплексное число и его геометрическая трактовка, комплексно-сопряженные числа, модуль и аргумент комплексного числа;
- алгебраическую, тригонометрическую и показательную формы комплексного числа;
- геометрическую трактовку комплексного числа;
- определение ФКП;
- определения основных элементарных ФКП, их однозначность и многозначность;
- формулы Эйлера и их применение;
- условия Коши-Римана (Эйлера-Даламбера);
- определение аналитической ФКП;
- геометрический смысл модуля и аргумента производной;

уметь:

- осуществлять арифметические действия над комплексными числами в алгебраической форме: сложение, вычитание, умножение и деление;
- осуществлять арифметические действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах: умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня;
- изображать множества точек на комплексной плоскости;

- решать некоторые виды линейных алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел;
- вычислять значения элементарных ФКП в точке;
- проверять аналитичность ФКП;
- дифференцировать ФКП.

владеть методами решения задач по ТФКП.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определения комплексного числа.
2. Задайте произвольное комплексное число в алгебраической форме, форму, укажите его вещественную и мнимую части, получите его тригонометрическую и показательную форму.
3. Дайте определение ФКП.
4. Перечислите основные элементарные ФКП.
5. Изобразите на комплексной плоскости области определения и области значений основных элементарных ФКП.
6. Дайте определение аналитической ФКП.
7. Запишите формулу Ньютона – Лейбница для ФКП.

Задача 1. Даны числа $z_1 = 4 - i$ и $z_2 = 1 + 3i$. Вычислить $\frac{\bar{z}_1}{z_1 + z_2}$.

Задача 2. Даны уравнение $z^2 - 4z + 20 = 0$, комплексное число $z_0 = 1 - \sqrt{3}i$ и натуральное число $n = 6$. Требуется:

- 1) найти корни уравнения z_1, z_2 на множестве комплексных чисел;
- 2) найти комплексное число $w = \frac{z_0 \cdot \bar{z}_0 - z_1}{z_1 + 2z_2}$ в алгебраической форме;

3) получить тригонометрическую форму числа z_0 и вычислить с ее помощью z_0^n .

Ответ записать в тригонометрической и в алгебраической формах.

Задача 3. Дана функция комплексной переменной $w = \frac{z}{z - 2i} + (3i + z)^2 - 4i$, где $z = x +$

iy , и точка $z_0 = -1 + 3i$. Требуется:

- 1) представить функцию в виде $w = u(x, y) + iv(x, y)$, выделив ее действительную и мнимую части;
- 2) проверить, является ли функция w аналитической;
- 3) в случае аналитичности функции w найти ее производную w' в точке z_0 .

Тема 9. Дифференциальные уравнения (очная форма обучения – 6 часов, заочная форма обучения – 4 часа)

При изучении темы особое внимание необходимо уделить представлению о дифференциальном уравнении (ДУ), классификации ДУ, задаче Коши для ДУ 1-го и 2-го порядков, основным методам решения ДУ 1-го и 2-го порядков, линейным ДУ 2-го порядка, нормальной системе обыкновенных ДУ.

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- основные понятия теории ДУ: порядок ДУ, общее и частное решения, общий и частный интеграл, начальные условия;
- методы интегрирования ДУ 1-го порядка с разделяющимися переменными, однородных, линейных, ДУ Бернулли;
- методы интегрирования ДУ высших порядков, допускающих понижение порядка;
- свойства частных решений линейных однородных ДУ n -го порядка;
- вронскиан частных решений линейных однородных ДУ n -го порядка, его свойства;
- метод интегрирования линейных однородных ДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами;
- структуру и метод получения общего решения линейных неоднородных ДУ n -го порядка;
- метод вариации произвольных постоянных для решения линейных неоднородных ДУ 2-го порядка;
- метод повышения порядка для решения нормальных систем линейных ДУ;

уметь:

- определять тип дифференциального уравнения;
- решать основные типы ДУ 1-го порядка и задачу Коши для этих уравнений;
- решать основные типы ДУ 2-го порядка, допускающие понижение порядка, и задачу Коши для этих уравнений;
- проверять линейную независимость частных решений линейных однородных ДУ n -го порядка;
- решать линейные однородные ДУ n -го порядка при помощи характеристического уравнения;
- решать линейные неоднородные ДУ 2-го порядка с правой частью специального вида при помощи метода неопределенных коэффициентов;
- решать линейные неоднородные ДУ 2-го порядка при помощи метода вариации произвольных постоянных;
- решать системы линейных ДУ 1-го порядка методом повышения порядка.

владеть методами решения дифференциальных уравнений.

Вопросы для самопроверки.

1. Сформулируйте теорему существования и единственности решения задачи Коши для ДУ 1-го порядка.
2. Сформулируйте задачу Коши для ДУ 2-го порядка.
3. Перечислите основные типы ДУ 2-го порядка, допускающие понижение порядка.
4. Сформулируйте теорему об общем решении линейного однородного ДУ 2-го порядка.

5. Сформулируйте теорему о структуре общего решения линейного неоднородного ДУ 2-го порядка.
6. Запишите формулу общего решения линейного однородного ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами в случае различных вещественных, равных вещественных и комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения.
7. Запишите формулы частного решения линейного неоднородного ДУ 2-го порядка с правой частью 1-го и 2-го специального вида.
8. Запишите условия вариации для линейного неоднородного ДУ 2-го порядка.
9. Запишите общий вид нормальной системы линейных ДУ n -го и 2-го порядка.

Задача 1. Дано дифференциальное уравнение 1-го порядка: $\operatorname{ctg} x \cdot y' + y = 0$ и точка $M\left(\frac{\pi}{3}; 1\right)$. Определить тип дифференциального уравнения. Найти общее решение дифференциального уравнения, уравнение интегральной кривой, проходящей через точку M и уравнения еще 4-х интегральных кривых (любых). Построить все эти кривые в системе координат.

Задача 2. Дано дифференциальное уравнение 1-го порядка: $y' - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$. Определить тип дифференциального уравнения и найти его общее решение.

Задача 3. Дано дифференциальное уравнение 2-го порядка: $2(y')^2 - (y-1)y'' = 0$ и начальные условия: $y(1) = 3$, $y'(1) = 2$. Определить тип дифференциального уравнения и найти его частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

Задача 4. Дано дифференциальное уравнение 2-го порядка: $y'' - 10y' + 25y = \frac{e^{5x}}{x^3}$. Определить тип дифференциального уравнения и найти его общее решение, используя метод вариации произвольных постоянных.

Задача 5. Дано дифференциальное уравнение 2-го порядка: $y'' + 3y' - 4y = e^{-x}(\cos 3x + 8 \sin 3x)$. Определить тип дифференциального уравнения и найти его общее решение, используя метод неопределенных коэффициентов.

Задача 6. Дана система линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка:

$$\begin{cases} y' = y + 5z + x, \\ z' = -y - 3z + 1 - x. \end{cases}$$

Найти общее решение системы методом повышения порядка.

Тема 10. Элементы теории поля (очная форма обучения – 6 часов, заочная форма обучения – 6 часов)

При изучении темы особое внимание необходимо уделить понятиям теории поля (скалярные и векторные поля, градиент и производная по направлению скалярного поля, поток, дивергенция, циркуляция, ротор векторного поля)

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- основные характеристики скалярного поля (градиент и производная по направлению скалярного поля);
- поверхностные и криволинейные интегралы;
- основные характеристики векторного поля (поток, дивергенция, циркуляция, ротор);
- оператор Гамильтона.

уметь:

- находить градиент и производную по направлению скалярного поля;
- находить и строить линии уровня скалярного поля;
- находить векторные линии векторного поля;
- вычислять поверхностные и криволинейные интегралы;
- вычислять поток и дивергенцию векторного поля;
- вычислять циркуляцию и ротор векторного поля.

владеть методами решения задач по теории поля.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определение скалярного и векторного поля.
2. Запишите формулы для вычисления градиента и производной по направлению скалярного поля;
3. Что называется потоком векторного поля?
4. Запишите формулу для вычисления потока векторного поля.
5. Запишите формулы для вычисления дивергенции и ротора векторного поля.
6. Запишите оператор Гамильтона.

Задача 1. Дано плоское скалярное поле $U = x^2 - 2y$, точка $M_0(1, -1)$ и вектор $\vec{s} = 2\vec{i} - \vec{j}$.

Требуется:

1) найти уравнения линий уровня поля;

2) найти градиент поля в точке M_0 и производную $\frac{\partial U}{\partial s}$ в точке M_0 по направлению вектора \vec{s} ;

3) построить в системе координат xOy 4-5 линий уровня, в том числе линию уровня, проходящую через точку M_0 , изобразить вектор $\overrightarrow{\text{grad}U}(M_0)$ на этом чертеже.

Задача 2. Вычислить работу силы $\vec{F} = y^2 \vec{i} + 2x \vec{j}$ при перемещении точки приложения силы вдоль заданной кривой $L: x = 1 - \cos 2t, y = (\cos 2t)^2$ от точки B до точки C , если значения параметра t в точках B и C заданы: $t_B = 0, t_C = \frac{\pi}{4}$.

Задача 3. Дано векторное поле $\vec{a} = (1 - 3x)\vec{i} + (x + 2z)\vec{j} + 5y\vec{k}$ и уравнение плоскости $\delta: 3x + y + 2z - 3 = 0$. Требуется:

1) найти поток поля \vec{a} через плоскость треугольника ABC где A, B , и C – точки пересечения плоскости δ с координатными осями, в направлении нормали плоскости, ориентированной «от начала координат»; построить чертеж пирамиды $OABC$, где O – начало координат;

2) используя формулу Остроградского-Гаусса, вычислить поток поля \vec{a} через полную поверхность пирамиды $OABC$ в направлении внешней нормали.

Задача 4. Проверить, является ли векторное поле силы $\vec{F} = 2xy \vec{i} + (x^2 - 2yz)\vec{j} - y^2 \vec{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля найти его потенциал и вычислить с помощью потенциала работу силы \vec{F} при перемещении единичной массы из точки $M(0, 1, 0)$ в точку $N(-1, 2, 3)$.

Тема 11. Теория вероятностей: случайные события (очная форма обучения – 6 часов, заочная форма обучения – 2 часа)

При изучении темы особое внимание необходимо уделить понятиям теории вероятностей (случайное событие, вероятность события)

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- основные формулы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания;
- основные виды событий: случайные, достоверные, невозможные;
- классическое, геометрическое и статистическое определения вероятности события;
- теоремы о вероятности произведения зависимых и независимых событий;
- теоремы о вероятности суммы совместных и несовместных событий;
- формулу полной вероятности, формулы Байеса;
- повторение испытаний, формула Бернулли, асимптотические формулы Бернулли;

уметь:

- находить вероятности случайных событий;

владеть методами решения задач по теории вероятностей.

Вопросы для самопроверки.

7. Дайте аксиоматическое определение вероятности события.

8. Сформулируйте определение произведения событий, суммы событий, полной группы событий.
9. Опишите, что такое независимые испытания по схеме Бернулли.
10. Сформулируйте локальную и интегральные теоремы Муавра-Лапласа.
11. Запишите формулу Бернулли. В каких случаях она используется?
12. Дайте определение простейшего потока событий, его стационарности, ординарности и отсутствия последействия.
13. Запишите формулу Пуассона. В каких случаях она используется?

Задача 1. При увеличении напряжения может произойти разрыв электрической цепи из-за выхода из строя одного из трех элементов, Вероятности выхода из строя элементов 0,3, 0,4 и 0,5 соответственно. Какова вероятность того, что не будет разрыва сети?

Задача 2. Радист 3 раза вызывает корреспондента. Вероятность того, что будет принят первый вызов, равна 0,2, второй – 0,3, третий – 0,4. События, состоящие в том, что данный вызов будет услышан, независимы. Найти вероятность того, что корреспондент услышит вызов радиста хотя бы один раз.

Задача 3. Вероятности своевременного выполнения студентом контрольных работ по каждой из трех дисциплин равны соответственно 0,6, 0,5 и 0,8. Найти вероятность своевременного выполнения студентом контрольных работ по двум дисциплинам.

Задача 4. Вероятности своевременного выполнения студентом контрольных работ по каждой из трех дисциплин равны соответственно 0,6, 0,5 и 0,8. Найти вероятность своевременного выполнения студентом контрольных работ хотя бы по двум дисциплинам.

Задача 5. На полке стоят 8 томов некоторого автора в одинаковых обложках. Читатель наугад берет по одной книге с полки, не возвращая их. Какова вероятность того, что он возьмет сначала 1-ый том, затем 2-ой, затем 3-ий том?

Задача 6. Из колоды в 36 карт по одной вытаскивают 5 карт, каждый раз возвращая карту в колоду. Какова вероятность того, что один раз будет вытащен туз.

Тема 12. Теория вероятностей: случайные величины (очная форма обучения – 10 часов, заочная форма обучения – 2 часа)

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин;
- биномиальное, пуассоновское, равномерное и нормальное распределения случайных величин и их характеристики;
- моменты случайной величины, их вычисление и взаимосвязь;
- системы двух случайных величин и их характеристики;
- выборочный метод, статистическое распределение выборки;

- числовые характеристики статистического распределения: выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение (СКО), мода, медиана;

уметь:

- составлять закон распределения дискретной случайной величины;
- находить плотность и функцию распределения непрерывной случайной величины;
- находить числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, СКО);
- находить вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал;

владеть методами решения задач по теории вероятностей.

Вопросы для самопроверки.

1. Дайте определения случайной величины, ее функции распределения, математического ожидания, дисперсии и СКО.
2. Дайте характеристику интегральной функции Лапласа. Как она связана с функцией нормального распределения?
3. Сформулируйте правило трех сигм.
4. Сформулируйте центральную предельную теорему.
5. Сформулируйте теорему Чебышева.
6. Дайте определения корреляционного момента и коэффициента линейной корреляции системы двух случайных величин.

Задача 1. Для заданной случайной величины ξ составить закон распределения, построить многоугольник распределения вероятностей, вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины. Вероятность отказа каждого прибора при проведении испытания равна 0,4, для испытания было отобрано 4 прибора, случайная величина ξ – число приборов, отказавших при проведении испытаний.

Задача 2. Для заданной случайной величины ξ составить закон распределения, построить многоугольник распределения вероятностей, вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины. В рекламных целях торговая фирма вкладывает в единицу товара денежный приз размером 1 тыс. руб., случайная величина ξ – размер выигрыша при четырех сделанных покупках, если вероятность выигрыша в каждой покупке равна 0,1.

Задача 3. Для заданной случайной величины ξ составить закон распределения, построить многоугольник распределения вероятностей, вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Вероятность того, что корреспондент примет вызов радиста, равна 0,4, случайная величина ξ – число вызовов, принятых корреспондентом, если радистом было передано 4 вызова.

Задача 4. Для заданной случайной величины ξ составить закон распределения, построить многоугольник распределения вероятностей, вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины. По многолетним статистическим данным известно, что вероятность рождения мальчика равна 0,515, случайная величина ξ – число мальчиков в семье из 4 детей.

Задача 5. Для заданной случайной величины ξ составить закон распределения, построить многоугольник распределения вероятностей, вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины. Вероятность совершить покупку для каждого покупателя магазина равна 0,3, в магазин пришли 4 покупателя, случайная величина ξ – число покупателей, совершивших покупку.

Задача 6. Значения теста IQ (коэффициента интеллекта) Стэнфорда – Бине распределены приблизительно по нормальному закону с математическим ожиданием $a = 100$ и средним квадратическим отклонением $\sigma = 16$. Найти вероятность того, что коэффициент интеллекта у случайно отобранного для тестирования человека окажется меньше 95.

Задача 7. Заряд охотничьего пороха отвешивается на весах. Вес заряда - нормально распределенная случайная величина с параметрами $a = 2,3$ г и $\sigma = 150$ мг. Найти вероятность повреждения ружья при выстреле, если максимально допустимый вес заряда пороха равен 2,5 г.

Задача 8. Размер детали подчинен нормальному закону с параметрами $a = 30$ см и $\sigma = 5$ см. Детали считаются годными, если их размер находится в пределах от 20 до 40 см. Если размер детали больше 40 см, то она подлежит переделке. Найти вероятность того, что случайно отобранная деталь подлежит переделке.

Тема 13. Математическая статистика (очная форма обучения – 12 часов, заочная форма обучения – 3 часа)

При изучении темы особое внимание необходимо уделить понятиям математической статистики (генеральная совокупность (ГС), вариационный ряд, выборка, оценки параметров распределения), а также статистическим методам обработки экспериментальных данных (проверка гипотез, корреляционный и регрессионный анализ).

Изучив данную тему, студент должен:

знать:

- выборочный метод, статистическое распределение выборки;
- числовые характеристики статистического распределения: выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение (СКО), мода, медиана;
- эмпирические моменты распределения;
- статистические оценки параметров распределения и требования к оценкам;
- интервальные оценки параметров нормально распределенного признака;
- методы проверки статистических гипотез;
- критерий согласия χ^2 Пирсона;
- основы корреляционного анализа (корреляционная связь, линейная регрессия Y на X , коэффициент корреляции, корреляционное отношение);
- основные типы случайных процессов, их числовые характеристики;
- уравнения Колмогорова для вероятностей состояний.

уметь:

- составлять вариационный ряд, статистическое распределение выборки, полигоны и гистограммы частот и относительных частот;
- находить числовые характеристики выборки и статистические оценки параметров распределения признака ГС;
- находить доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенного признака при известном и при неизвестном СКО признака ГС;
- проверять гипотезу о нормальном распределении признака X генеральной совокупности;
- находить выборочные уравнения регрессии Y/X и X/Y с использованием метода наименьших квадратов и с использованием коэффициента линейной корреляции;
- находить финальные (предельные) вероятности состояний в марковских случайных процессах.

владеть методами математической статистики для обработки экспериментальных данных.

Задача 1. Из генеральной совокупности, распределенной по нормальному закону, сделана выборка. Найти: 1) числовые характеристики выборки – выборочную среднюю, выборочную дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение; 2) несмещенные оценки для генеральной средней и генеральной дисперсии; 3) доверительный интервал для оценки генеральной средней с заданной надежностью γ .

| | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_i | 54-58 | 58-62 | 62-66 | 66-70 | 70-74 | 74-78 | 78-82 |
| n_i | 12 | 16 | 22 | 24 | 12 | 10 | 4 |

$$\gamma = 0,93.$$

Задача 2. Имеются две нормально распределенные генеральные совокупности X и Y , из которых были сделаны выборки. По полученным выборкам на уровне значимости α проверить гипотезу $H_0 : \bar{x}_0 = \bar{y}_0$, считая дисперсии неизвестными, но равными.

| | | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|
| x_i | 51 | 44 | 47 | 24 | 43 | 34 | 60 |
| y_i | 40 | 38 | 37 | 52 | 42 | | |

Уровень значимости $\alpha = 0,05$, альтернативная гипотеза $H_1 : \bar{x}_0 \neq \bar{y}_0$

Задача 3.

Была исследована зависимость признака Y от признака X . В результате проведения 10 измерений были получены результаты, представленные в таблице.

Требуется: 1) оценить тесноту и направление связи между признаками с помощью коэффициента корреляции и оценить значимость коэффициента корреляции на уровне значимости α ; 2) найти уравнение линейной регрессии Y на X ; 3) в одной системе координат построить эмпирическую и теоретическую линии регрессии.

| | | | | | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| x_i | 9 | 12 | 13 | 14 | 15 | 17 | 18 | 19 | 21 | 23 |
| y_i | 69 | 73 | 95 | 87 | 96 | 98 | 105 | 111 | 107 | 129 |

Уровень значимости $\alpha = 0,01$.

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА»

Основная литература

1. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие / Г. Н. Берман. - [22-е изд., перераб.]. - Санкт-Петербург : Профессия, 2005, 2004, 2002, 2003, 2001. - 432 с. : ил. (787 шт. на абонементе).
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 6-е изд., доп. - Москва : Высш. шк., 2002. - 405 с. : ил. и более ранние издания (347 шт. на абонементе).
3. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : [полный курс] / Д. Т. Письменный. - 10-е изд., испр., 9-е изд. ; 8-е изд. ; 7-е изд. ; 6-е изд., испр.- Москва : Айрис-пресс, 2011, 2010 ; 2009, 2008 ; 2007. - 602, [1] с. : ил. (266 шт. на абонементе).
4. Письменный Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д. Т. Письменный. - 5-е изд. ; 4-е изд., испр. - Москва : Айрис-Пресс, 2010 ; 2008. - 287 с. : ил. (177 шт. на абонементе).

Дополнительная литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 8-е изд., стер. - Москва : Высш. шк., 2002. - 479 с. : ил. и более ранние издания (361 шт. на абонементе).
2. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Ч. 1 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 5-е изд., испр. - Москва : Высш. шк., 1999, 1997, 1996. - 304 с. : ил. (115 шт. на абонементе).
3. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : В 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 5-е изд., испр. - Москва : Высш. шк., 1999, 1997, 1996. - 416 с. : ил. (139 шт. на абонементе).
4. Шипачев В. С. Высшая математика: учеб. пособие для бакалавров: [базовый курс] / В. С. Шипачев; под ред. А. Н. Тихонова. - 8-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2012. - 447 с.: ил. и более ранние издания (247 шт. на абонементе).